https://doi.org/10.17816/fm360



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ТРУПА В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Г.В. Недугов*

Самарский государственный медицинский университет, Самара, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ. Актуальность. Основным условием корректности определения давности наступления смерти термометрическим методом является постоянство температуры внешней среды. Однако на практике данное требование выполняется лишь в случаях наступления смерти в закрытых помещениях. В настоящей статье предложена экспоненциальная математическая модель охлаждения трупа при любых изменениях температуры окружающей среды. **Цель исследования** — разработать математическую модель определения давности наступления смерти на основе закона охлаждения Ньютона–Рихмана в условиях изменяющейся температуры внешней среды. <mark>Материал и методы.</mark> Осуществлено математическое моделирование охлаждения трупа в условиях изменяющейся температуры окружающей среды, ориентированное на решение задачи термометрического определения давности наступления смерти. В качестве диагностической зоны трупа использована подмышечная впадина, температура которой в момент смерти человека принята за 36,6°C. **Результаты.** Разработан метод обратного воспроизведения температуры трупа в условиях изменяющейся температуры окружающей среды. Разработанная математическая модель реализована в формате прикладной программы Warm Bodies NRN. Полученные результаты позволяют осуществлять аналитическое определение давности наступления смерти в раннем посмертном периоде. Заключение. Предложенный метод целесообразно использовать в судебно-медицинской экспертной практике при определении давности наступления смерти в раннем посмертном периоде. Рекомендовано использование в рамках предложенной модели тимпанической и внутриглазной термометрии.

Ключевые слова: закон охлаждения Ньютона–Рихмана; давность наступления смерти; математическое моделирование; температура окружающей среды.

Для цитирования: Недугов Г. В. Математическое моделирование охлаждения трупа в условиях изменяющейся температуры окружающей среды. *Судебная медицина*. 2021;7(1):29–35. DOI: https://doi.org/10.17816/fm360

Поступила 13.12.2020 Принята посл

Принята после доработки 24.02.2021

Опубликована 25.03.2021

MATHEMATICAL MODELING OF THE CORPSE COOLING UNDER CONDITIONS OF VARYING AMBIENT TEMPERATURE

German V. Nedugov*

Samara State Medical University, Samara, Russian Federation

ABSTRACT. Background: The constancy of the ambient temperature is the main condition to correctly determine the time of death by thermometric method. However, in practice, this requirement is met only in cases of death in closed rooms. In this study, an exponential mathematical model was proposed for corpse cooling under any changes in ambient temperature. Aim: This study aimed to develop a mathematical model to determine the time of death based on the Newton-Richman cooling law in changing ambient temperature conditions. Materials and methods: Mathematical modeling of corpse cooling under changing ambient temperature is performed, focusing on problem solving of thermometric determination of the time of death. The axillary hollow was used as the diagnostic zone of the corpse, and the temperature of which at the time of death is taken is 36.6°C. Results: A method of reverse reproduction of the cadaver temperature in conditions of changing ambient temperature has been developed. Results allow a relatively simple analytical determination of the time of death in the early postmortem period. Conclusions: The proposed method is advisable to be used in forensic medical practice to

determine the time of death in early postmortem period. The developed mathematical model is implemented in the format of the application program Warm Bodies NRN. Use of tympanic and intraocular thermometry was recommended within the proposed model.

Keywords: Newton-Richman law of cooling; time of death; mathematical modeling; and ambient temperature.

For citation: Nedugov GV. Mathematical modeling of the corpse cooling under conditions of varying ambient temperature. *Russian Journal of Forensic Medicine*. 2021;7(1):29–35. DOI: https://doi.org/10.17816/fm360

Submitted 13.12.2020 Revised 24.02.2021 Published 25.03.2021

ОБОСНОВАНИЕ

Основным условием корректности определения давности наступления смерти (ДНС) с помощью существующих математических моделей охлаждения трупа является постоянство температуры внешней среды [1]. Однако на практике данное требование выполняется лишь в случаях наступления смерти в закрытых помещениях. Вне помещений температура воздуха всегда подвергается суточным колебаниям, отражающимся на процессе охлаждения мёртвого тела. Использование известных математических моделей в подобных условиях будет сопровождаться дополнительными неконтролируемыми и весьма существенными ошибками определения ДНС [1, 2].

Фактически единственным методом математического моделирования охлаждения трупа в условиях изменяющейся температуры окружающей среды является базирующийся на двойной экспоненциальной модели Marshall-Hoare весьма трудоёмкий метод пошагового моделирования, в соответствии с которым посмертный период разбивается на серию коротких отрезков, в каждом из которых температура окружающей среды условно считается постоянной [3]. Решений, обеспечивающих простое непосредственное аналитическое термометрическое определение ДНС в условиях изменяющейся температуры окружающей среды, пока не предложено. Между тем математическое моделирование охлаждения трупа в данных условиях вполне возможно на основе закона охлаждения Ньютона-Рихмана, хорошо подходящего для описания остывания поверхностных тканей трупа [4]. В условиях постоянной температуры окружающей среды применительно к охлаждению трупа данный физический закон имеет вид дифференциального уравнения

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a),\tag{1}$$

где T — температура диагностической зоны трупа, °C; t — ДНС, ч; k — коэффициент пропорциональности (постоянная охлаждения); T_a — температура окружающей среды, °C.

Решением (1) является лежащее в основе известной уже более 150 лет простой экспоненциальной модели определения ДНС выражение [5, 6]:

$$T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$$
.

Выбор основанной на данном физическом законе простой экспоненциальной модели для математического описания охлаждения трупа и установления ДНС в условиях изменяющейся температуры окружающей среды определяется её детерминистским характером и позволяет аналитически выводить как постоянную охлаждения, так и ДНС, что отличает данную парадигму от семейства двойных экспоненциальных моделей охлаждения трупа. В рамках данного математического метода индивидуальность охлаждения целиком определяется значением постоянной охлаждения, которое вычисляется путём двукратной термометрии конкретного трупа. При этом возможные погрешности определения ДНС будут полностью обусловлены лишь погрешностями термометрии и отклонениями реального температурного тренда окружающей среды от его аппроксимаций, использованных в расчётах.

Цель исследования — разработка математической модели определения ДНС на основе закона охлаждения Ньютона–Рихмана в условиях изменяющейся температуры окружающей среды.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Методологический дизайн исследования представляет собой математическое моделирование охлаждения трупа в условиях изменяющейся температуры окружающей среды, осуществлённое на базе закона Ньютона-Рихмана и ориентированное на решение задачи термометрического определения ДНС. В качестве диагностической зоны трупа использована подмышечная впадина, температура которой в момент смерти человека принята за 36,6°C. Вычислительные процедуры производили с использованием приложений Microsoft Excel пакета Office 2016 и Statistica (StatSoft) версии 7.0. Математические выражения выводили вручную, а также с использованием приложения Wolfram Alpha. Код программы для ЭВМ составляли на языке программирования С# с использованием приложения Microsoft Visual Studio 2019.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Основная идея математического моделирования в условиях поставленной задачи заключалась в замене в уравнении (1) константы температуры окружающей среды на аппроксимирующую её функцию и последующем решении полученного дифференциального

уравнения. Подобный подход можно назвать прямым, поскольку запуск математической модели охлаждения трупа стандартно начинается с момента наступления смерти человека и заканчивается динамической термометрией трупа в процессе его осмотра. Однако этот подход позволил лишь формально описать процесс охлаждения трупа в условиях изменяющейся температуры окружающей среды при наличии информации о начальной температуре среды в момент смерти человека. Для целей определения ДНС прямое моделирование годилось только при линейном температурном тренде внешней среды, поскольку постоянство скорости изменения её температуры позволяет обойтись без информации о её величине в момент смерти человека.

Тем не менее поставленная задача может быть решена в рамках обратного метода математического моделирования охлаждения трупа, в соответствии с которым за начальную температуру трупа принимается температура в диагностической зоне на момент повторной термометрии, а весь процесс охлаждения воспроизводится в обратном направлении (от температуры трупа в ходе его осмотра к температуре человека в момент его смерти). Для постоянной температуры внешней среды обратный метод моделирования на основе закона Ньютона–Рихмана (1) следует записать с противоположным знаком:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_a). (2)$$

В условиях изменяющейся температуры внешней среды показатель T_a в выражении (2) нужно заменить соответствующей аппроксимирующей её функцией.

Обычно суточные колебания температуры воздуха в период до двух суток до осмотра трупа на месте его обнаружения удаётся аппроксимировать каким-либо представителем семейства полиномов 1–4-й степеней:

$$T_a = T_{a0} + \beta_1 t + \ldots + \beta_n t^n,$$

где T_{a0} — температура окружающей среды на момент повторной термометрии трупа, °C; $\beta_1, \ldots \beta_n$ — коэффициенты полиномиальной аппроксимации; n — степень полинома; t — период времени до повторной термометрии трупа, ч.

Тогда модель обратного воспроизведения охлаждения трупа в соответствии с законом Ньютона–Рихмана описывается уравнением

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_{a0} - \beta_1 t - \dots - \beta_n t^n). \tag{3}$$

Общим решением (3) для полиномиальной аппроксимации 4-й степени является функция

$$T = T_{a0} + \beta_1 \left(t + \frac{1}{k} \right) + \beta_2 \left(t^2 + \frac{2t}{k} + \frac{2}{k^2} \right) + \beta_3 \left(t^3 + \frac{3t^2}{k} + \frac{6t}{k^2} + \frac{6}{k^3} \right) +$$

$$+ \beta_4 \left(t^4 + \frac{4t^3}{k} + \frac{12t^2}{k^2} + \frac{24t}{k^3} + \frac{24}{k^4} \right) + \left(T_0 - T_{a0} - \frac{\beta_1}{k} - \frac{2\beta_2}{k^2} - \frac{6\beta_3}{k^3} - \frac{24\beta_4}{k^4} \right) e^{kt}.$$

$$(4)$$

Определить коэффициент k в рамках полученного решения можно, приняв температуру трупа и окружающей среды при повторной его термометрии за начальную, а температуру трупа при первой термометрии — за текущую, и решив неявную функцию

$$T_{1} = T_{a2} + \beta_{1} \left(\Delta t + \frac{1}{k} \right) + \beta_{2} \left(t^{2} + \frac{2\Delta t}{k} + \frac{2}{k^{2}} \right) + \beta_{3} \left(\Delta t^{3} + \frac{3\Delta t^{2}}{k} + \frac{6\Delta t}{k^{2}} + \frac{6}{k^{3}} \right) + \beta_{4} \times \left(\Delta t^{4} + \frac{4\Delta t^{3}}{k} + \frac{12\Delta t^{2}}{k^{2}} + \frac{24\Delta t}{k^{3}} + \frac{24}{k^{4}} \right) + \left(T_{2} - T_{a2} - \frac{\beta_{1}}{k} - \frac{2\beta_{2}}{k^{2}} - \frac{6\beta_{3}}{k^{3}} - \frac{24\beta_{4}}{k^{4}} \right) e^{k\Delta t},$$
(5)

где T_1 и T_2 — соответственно результаты первой и повторной термометрии трупа, °C; Ta_2 — температура окружающей среды на момент повторной термометрии трупа, °C; Δt — временной интервал между первой и повторной термометриями трупа, ч.

Отсюда ДНС относительно момента первой термометрии трупа для указанной степени полиномиальной аппроксимации является решением неявной функции

$$36,6 = T_{a1} + \beta_{1} \left(t + \frac{1}{k} \right) + \beta_{2} \left(t^{2} + \frac{2t}{k} + \frac{2}{k^{2}} \right) + \beta_{3} \left(t^{3} + \frac{3t^{2}}{k} + \frac{6t}{k^{2}} + \frac{6}{k^{3}} \right) + \beta_{4} \times \left(t^{4} + \frac{4t^{3}}{k} + \frac{12t^{2}}{k^{2}} + \frac{24t}{k^{3}} + \frac{24}{k^{4}} \right) + \left(T_{1} - T_{a1} - \frac{\beta_{1}}{k} - \frac{2\beta_{2}}{k^{2}} - \frac{6\beta_{3}}{k^{3}} - \frac{24\beta_{4}}{k^{4}} \right) e^{kt}.$$

$$(6)$$

Аналогичные решения для полиномиальных аппроксимаций меньших степеней получаются путём приравнивания отсутствующих регрессионных коэффициентов к нулю с последующим упрощением функций (4–6).

Пример 1

Осмотр трупа, обнаруженного на улице, начат в 02.00. В это время температура воздуха на уровне трупа составила 19,5°С. Температура в подмышечной впадине трупа на начало осмотра равнялась 32,7°С, а при повторном измерении через 1 ч после первого — 31,7°С. Температура воздуха на уровне трупа на момент его повторной термометрии составила 18,4°С. В предшествующие сутки в месте нахождения трупа имела место немонотонная динамика температуры воздуха, представленная в таблице.

Несмотря на нелинейный характер температурного тренда в целом, динамика температуры воздуха на отрезке от 18.00 предыдущих суток до осмотра трупа могла быть хорошо аппроксимирована линейной функцией

$$T_a = 18,7615 + 0,8107t$$

для которой обратная математическая модель охлаждения трупа имеет вид

$$T = T_{a0} + \beta_1 \left(t + \frac{1}{k} \right) + \left(T_0 - T_{a0} - \frac{\beta}{k} \right) e^{kt}.$$

Коэффициент охлаждения k находим, решив уравнение

$$T_1 = T_{a2} + \beta_1 \left(\Delta t + \frac{1}{k} \right) + \left(T_2 - T_{a2} - \frac{\beta}{k} \right) e^{k\Delta t},$$

Таблица. Реальная динамика температуры воздуха и её линейная и квадратичная полиномиальные аппроксимации

Table, Real d	vnamics of air tem	perature and its lined	ar and auadratic n	olvnomial	annroximations
idole. Nedi d	yriarrics or air terr	iperature aria its illiet	ii aiia gaaaratic p	JIYIIOIIIIAI	appioximiations

Время суток, ч		T _a , °C	Обратная аппроксимация T_a , °C		
		I _a , C	Линейная	Полиномиальная	
	00.00	18,0	-	17,0	
	03.00	20,1	-	20,8	
	06.00	23,4	-	23,7	
	09.00	25,3	-	25,6	
Предыдущие сутки	12.00	27,0	-	26,7	
	15.00	27,9	-	26,8	
	18.00	26,5	26,1	26,1	
	21.00	24,1	23,6	24,4	
	24.00	21,3	21,2	21,8	
T_1	02.00	19,5	19,6	19,5	
T_2	03.00	18,4	18,8	18,3	

которое после подстановки в него результатов динамической термометрии на месте обнаружения трупа принимает вил

$$32,7 = 18,4+0,8107 + \frac{0,8107}{k} + \left(31,7-18,4-\frac{0,8107}{k}\right)e^{k}$$
.

Отсюда k = 0,074661. ДНС определяем по формуле

$$36,6 = T_{a1} + \beta_1 \left(t + \frac{1}{k} \right) + \left(T_1 - T_{a1} - \frac{\beta_1}{k} \right) e^{kt},$$

в соответствии с которой

$$36,6 = 19,5 + 0,8107 + \frac{0,8107}{0,074661} + \left(32,7 - 19,5 - \frac{0,8107}{0,074661}\right)e^{0,074661t},$$

а ДНС равно 3,85 ч.

Динамику температуры в данном примере можно также с хорошей степенью приближения аппроксимировать квадратичным полиномом

$$T_a = 18,2583 + 1,3247t - 0,0508t^2$$

модельные значения которого приведены в таблице.

В этом случае коэффициент охлаждения k найдём, решив неявную функцию

$$T_{1} = T_{a2} + \beta_{1} \left(t + \frac{1}{k} \right) + \beta_{2} \left(\Delta t^{2} + \frac{2\Delta t}{k} + \frac{2}{k^{2}} \right) + \left(T_{2} - T_{a2} - \frac{\beta_{1}}{k} - \frac{2\beta_{2}}{k^{2}} \right) e^{k\Delta t},$$

а ДНС — решив неявную функцию

$$36,6 = T_{a1} + \beta_1 \left(t + \frac{1}{k} \right) + \beta_2 \left(t^2 + \frac{2t}{k} + \frac{2}{k^2} \right) + \left(T_1 - T_{a1} - \frac{\beta_1}{k} - \frac{2\beta_2}{k^2} \right) e^{kt}.$$

После подстановки значений итерационным методом находим, что $k=0.07601,\,t=4.02$ ч.

Полученный результат близок таковому в модели с линейным температурным трендом окружающей среды. Подобное соответствие закономерно на при-

ближенно линейном отрезке времени от осмотра трупа до 18.00 предыдущих суток.

Степень полинома, который следует использовать для аппроксимации динамики температуры окружающей среды перед обнаружением трупа, зависит от предполагаемой ДНС: чем больше ДНС, тем больше должна быть степень полиномиальной аппроксимации. В частности, полином 1-й степени можно применять при ДНС не более 6-9 ч, когда температурный тренд окружающей среды имеет линейный характер. При увеличении ДНС до 20 ч температурный тренд окружающей среды, как правило, имеет форму унимодальной кривой, которую целесообразно аппроксимировать кубическим полиномом. При ДНС от 20 до 30 ч динамика температуры окружающей среды принимает S-образную форму с наличием одного локального максимума и одного локального минимума, аппроксимация которой требует уже использования кубического полинома. Наконец, при ДНС более 30 ч температурный тренд окружающей среды приобретает вид двугорбой кривой, адекватная аппроксимация которой становится возможной лишь при использовании полинома 4-й степени. При этом хорошие аппроксимации можно получить путём оценивания анализируемых температурных кривых методом наименьших квадратов. Принципы обратного математического моделирования охлаждения трупа для полиномиальных аппроксимаций 3-й и 4-й степени аналогичны таковым для линейной и квадратной полиномиальных аппроксимаций и отличаются от последних лишь повышением сложности выполняемых математических операций.

Пример 2

На начало осмотра трупа, обнаруженного на улице, температура воздуха на уровне трупа составила 16,4°C. Температура в подмышечной впадине трупа на начало осмотра равнялась 20,83°C, а при повторном измерении через 1 ч после первого — 20,57°C. Температура воздуха

на уровне трупа на момент его повторной термометрии составила 16,0°C. В предшествующие двое суток в месте нахождения трупа имела место сложная динамика температуры воздуха с наличием двух локальных максимумов (рис. 1).

Динамика температуры воздуха в предшествующие осмотру трупа двое суток могла быть адекватно аппроксимирована полиномом 4-й степени:

$$T_a = 14,5732 + 2,6364t - 0,31266t^2 + 0,01179t^3 - 0,00014t^4$$
.

Коэффициент охлаждения k находим, решив неявную функцию

$$\begin{aligned} &16 + \frac{2,6364}{k} - \frac{2 \cdot 0,31266}{k^2} + \frac{6 \cdot 0,01179}{k^3} - \frac{24 \cdot 0,00014}{k^4} + e^k \times \\ &\times \left(20,57 - 16 - \frac{2,6364}{k} + \frac{2 \cdot 0,31266}{k^2} - \frac{6 \cdot 0,01179}{k^3} + \frac{24 \cdot 0,00014}{k^4}\right) = 20,83. \end{aligned}$$

Итерационным методом находим, что k=0,074371. Для определения ДНС необходимо найти переменную t в уравнении

$$\begin{aligned} &36,6=16,4+2,6364\left(t+\frac{1}{0,074371}\right)-0,31266\left(t^2+\frac{2t}{0,074371}+\frac{2}{0,074371^2}\right)+\\ &+0,01179\left(t^3+\frac{3t^2}{0,074371}+\frac{6t}{0,074371^2}+\frac{6}{0,074371^3}\right)-\\ &-0,00014\left(t^4+\frac{4t^3}{0,074371}+\frac{12t^2}{0,074371^2}+\frac{24t}{0,074371^3}+\frac{24}{0,074371^4}\right)+\\ &+e^{0,074371t}\left(20,83-16,4-\frac{2,6364}{0,074371}+\frac{2\cdot0,31266}{0,074371^2}-\frac{6\cdot0,01179}{0,074371^3}+\frac{24\cdot0,00014}{0,074371^4}\right), \end{aligned}$$

решением которого является значение ДНС, равное 42,1 ч.

При расчётах на основе зарегистрированного в момент первой термометрии трупа значения температуры воздуха без учёта её предшествующих изменений (т. е. принимая температуру среды при первой термометрии трупа за константу) получаем ДНС равную 25,1 ч. Столь значительная ошибка объясняется тем, что за 10 ч до осмотра трупа температура окружающей среды сначала сравнялась, а затем превысила температуру в диагностической зоне трупа (см. рис. 1). Из-за этого температура трупа стала расти, а затем сразу после нового падения температуры окружающей среды вновь начала уменьшаться, после чего подверглась динамической термометрии в ходе осмотра трупа.

Приведённый пример показывает, что метод обратного математического моделирования охлаждения трупа учитывает практически любые изменения температуры окружающей среды, в том числе и такие, когда температура воздуха превышает температуру трупа. Однако корректное применение закона Ньютона-Рихмана при определении ДНС требует правильного выбора диагностической зоны в трупе, т. к. данный закон не предназначен для описания процесса охлаждения глубоких тканей трупа. Следовательно, изложенные методы математического моделирования не подходят к таким видам посмертной термометрии, как ректальная, печёночная и краниоэнцефальная. Зато перспективными в этом отношении являются тимпаническая и внутриглазная разновидность термометрии [7, 8].



Рис. 1. Модельные кривые охлаждения трупа и температуры окружающей среды, рассчитанные на основе полиномиальной аппроксимации 4-й степени.

Fig. 1. Model curves of cadaver cooling and ambient temperature calculated on the basis of a polynomial approximation of the 4th degree.

Указанные диагностические зоны по своим теплообменным свойствам относятся к поверхностным тканям трупа, но в отличие от кожи в силу своего анатомического расположения в гораздо меньшей степени подвержены влиянию различных случайных факторов, включая инсоляцию и иные погодные условия, особенности ложа трупа, наличие и характер одежды. Для начала практического использования указанных диагностических зон в рамках предложенной математической модели достаточно стандартизации измерительных процедур и определения средних температур указанных зон на момент смерти человека.

Детерминистский характер простой экспоненциальной модели охлаждения трупа позволяет рассматривать определение ДНС как косвенное измерение, результат которого связан с результатами прямых измерений температуры трупа и окружающей среды и интервала времени между первой и повторной термометрией дифференцируемой нелинейной зависимостью. Указанное свойство позволяет вычислять предельные абсолютные погрешности определения ДНС непосредственно, без неизбежной для остальных моделей проверки на трупном материале. Математическая модель оценки погрешностей определения ДНС на основе закона охлаждения Ньютона—Рихмана и примеры её реализации будут охарактеризованы нами в отдельном сообщении.

Для избавления пользователя от выполнения трудоёмких математических операций изложенный алгоритм определения ДНС и её погрешностей был реализован в формате программы для ЭВМ Warm Bodies

	Dynamics of ambient temperature The coefficients temperature				Select V Constant Variable			
	Beta 1	0	Beta 3	0	5			
Beta 2		0	Beta 4	0	0			
Body temperature at the re-measurement Ambient temperature at the first measurement				°c °c	0.01	°C		
Ambient temperature at the re-measurement				°C	0,01	°C		
Time interval between measurements			1	hour	15	s		
Initial body temperature at the measurement point			t 36.6	°C	0.3	°C		

Рис. 2. Стартовое окно приложения Warm Bodies NRN с нередактируемым выпадающим списком вариантов наличия или отсутствия изменений температуры внешней среды за предшествующие двое суток перед обнаружением трупа и текстовыми полями для ввода данных динамической термометрии трупа и внешней среды, а также инструментальных погрешностей измерительных средств.

Fig. 2. Start window of the Warm Bodies NRN application with a noneditable drop-down list of options for the presence or absence of changes in the ambient temperature for the previous two days before the discovery of the corpse and text fields for entering data on the dynamic thermometry of the corpse and external environment and errors of measuring instruments.

NRN (свидетельство о государственной регистрации № 2021611972). Данная программа предназначена для определения ДНС на основе закона охлаждения Ньютона-Рихмана как в условиях постоянной, так и изменяющейся температуры внешней среды. Диагностической точкой в рамках данного физического закона могут служить только поверхностные ткани трупа. Программа поддерживает любые полиномиальные аппроксимации температурного тренда внешней среды 1-4-й степени. При постоянной температуре окружающей среды приложение находит ДНС аналитически по формуле Н. Rainy [6], являющейся следствием уравнения (1). В условиях изменяющейся температуры внешней среды программа определяет ДНС, решая неявные функции (5) и (6), предварительно сгруппировав все слагаемые и множители в правых частях уравнений и приравняв их к нулю. Поиск корней неявных функций приложение реализует методом касательных Ньютона, который имеет высокую скорость сходимости, и с его помощью приближенное значение корня с точностью до 6 знаков находится всего за 3-15 итераций. Затем программа рассчитывает предельные абсолютные погрешности определения ДНС с учётом инструментальных погрешностей средств измерения температуры и времени на основе математической модели косвенного измерения. Стартовое окно программы приведено на рис. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод математического моделирования охлаждения трупа, позволяющий объективно определять ДНС в условиях изменяющейся температуры внешней среды. Метод основан на законе охлаждения Ньютона—Рихмана и реализуется путём двукратной термометрии поверхностных тканей трупа и внешней среды. Разработанная математическая модель определения ДНС и её предельных абсолютных погрешностей реализована в формате прикладной программы Warm Bodies NRN.

Предложенный метод и реализующую его программу для ЭВМ целесообразно использовать в судебно-медицинской экспертной практике при определении ДНС. Перспективными методами посмертной термометрии, пригодными для использования в рамках разработанной математической модели охлаждения трупа, являются тимпаническая и внутриглазная.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ • FUNDING SOURCE

Исследование и публикация статьи осуществлены на личные средства автора.

The study had no sponsorship.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ • COMPETING INTERESTS

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов. The author declare no apparent or potential conflicts of interest.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Wilk L.S., Hoveling R.J., Edelman G.J., et al. Reconstructing the time since death using noninvasive thermometry and numerical analysis // Sci Adv. 2020. Vol. 6, N 22. P. eaba4243. doi: 10.1126/sciadv.aba4243
- Hubig M., Muggenthaler H., Mall G. Confidence intervals in temperature-based death time determination // Leg Med (Tokyo). 2015. Vol. 17, N 1. P. 48-51. doi: 10.1016/j.legalmed.2014.08.002
- 3. Швед Е.Ф., Вавилов А.Ю. Методика автоматизированного поиска момента начала процесса постмортального охлаждения (времени смерти) с использованием стандартного табличного процессора Microsoft Office Excel // Проблемы экспертизы в медицине. 2005. Т. 5, № 3. С. 36–39.
- Давидзон М.И. О законе охлаждения Ньютона-Рихмана // Вестник Ивановского государственного университета. Естественные, общественные науки. 2010. № 2. С. 70–75.

- Kaliszan M., Hauser R., Kernbach-Wighton G. Estimation of the time of death based on the assessment of post mortem processes with emphasis on body cooling // Leg Med (Tokyo). 2009. Vol. 11, N 3. P. 111–117. doi: 10.1016/j.legalmed.2008.12.002
- Rainy H. On the cooling of dead bodies as indicating the length of time that has elapsed since death // Glasgow Med J. 1869. Vol. 1, N 3. P. 323–330.
- 7. Кузовков А.В., Вавилов А.Ю. Диагностика давности смерти человека в раннем посмертном периоде неинвазивным термометрическим способом // Проблемы экспертизы в медицине. 2014. Т. 14, № 4. С. 24–27.
- 8. Kaliszan M., Hauser R., Kaliszan R., et al. Verification of the exponential model of body temperature decrease after death in pigs // Exp Physiol. 2005. Vol. 90, N 5. P. 727–738. doi: 10.1113/expphysiol.2005.030551

REFERENCES

- Wilk LS, Hoveling RJ, Edelman GJ, et al. Reconstructing the time since death using noninvasive thermometry and numerical analysis. Sci Adv. 2020;6(22):eaba4243. doi: 10.1126/sciadv.aba4243
- 2. Hubig M, Muggenthaler H, Mall G. Confidence intervals in temperature-based death time determination. *Leg Med (Tokyo)*. 2015;17(1):48–51. doi: 10.1016/j.legalmed.2014.08.002
- Shved AF, Vavilov AJu. Technique of the automated search the moment of the beginning of process of postmortal coolings (time of death) with use the standard tabulared processor Microsoft* Office Excel. *Problemy ekspertizy v meditsine*. 2005; 5(3):36–39. (In Russ).
- Davidzon MI. O zakone okhlazhdeniya N'yutona-Rikhmana. Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye, obshchestvennye nauki. 2010;(2):70–75. (In Russ).

- 5. Kaliszan M, Hauser R, Kernbach-Wighton G. Estimation of the time of death based on the assessment of post mortem processes with emphasis on body cooling. *Leg Med (Tokyo)*. 2009; 11(3):111–117. doi: 10.1016/j.legalmed.2008.12.002
- 6. Rainy H. On the cooling of dead bodies as indicating the length of time that has elapsed since death. *Glasgow Med J.* 1869;1(3): 323–330.
- 7. Kuzovkov AV, Vavilov AYu. Diagnostics of prescription of death of the person in the early posthumous period in the noninvasive thermometric way. *Problemy ekspertizy v meditsine*. 2014; 14 (4):24–27. (In Russ).
- 8. Kaliszan M, Hauser R, Kaliszan R, et al. Verification of the exponential model of body temperature decrease after death in pigs. *Exp Physiol*. 2005;90(5):727–738. doi: 10.1113/expphysiol.2005.030551

OF ABTOPAX AUTHORS INFO

* НЕДУГОВ Герман Владимирович, к.м.н., доцент кафедры судебной медицины; адрес: Российская Федерация, 443099, Самара, ул. Чапаевская, д. 89; e-mail: nedugovh@mail.ru, eLibrary SPIN: 3828-8091, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7380-3766

German V. Nedugov, Cand. Sci. (Med.), Assistant Professor; address: 89 Chapaevskaya st., Samara, 443099, Russia; e-mail: nedugovh@mail.ru, eLibrary SPIN: 3828-8091, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7380-3766