

Технические отчёты/ Technical reports

DOI: <https://doi.org/10.17816/fm16175>

## Онлайн-инструмент конечно-элементного анализа посмертного конвективного теплообмена головы

В.Г. Недугов<sup>1</sup>, Г.В. Недугов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия;

<sup>2</sup> Самарский государственный медицинский университет, Самара, Россия

### АННОТАЦИЯ

**Обоснование.** Одним из наиболее перспективных современных направлений в области термометрической диагностики давности наступления смерти является метод конечно-элементного анализа посмертного теплообмена, позволяющий преодолеть ограничения, присущие феноменологическим уравнениям охлаждения трупа. Однако обеспечивающие данный метод программные пакеты характеризуются высокой стоимостью, а также предполагают наличие у пользователя навыков самостоятельного задания условий решаемых задач. В настоящей статье предложен открытый онлайн-инструмент конечно-элементного анализа посмертного конвективного теплообмена головы человека с простым интерфейсом, предназначенный для определения давности наступления смерти путём краниоэнцефальной термометрии трупа.

**Цель исследования** — разработка онлайн-инструмента конечно-элементного анализа посмертного конвективного теплообмена головы.

**Материалы и методы.** Построена масштабируемая конечно-элементная модель головы, аппроксимированная многослойным шаром, состоящая из 1311 узлов и 9277 конечных элементов. Разработан вычислительный алгоритм поиска начального и посмертного температурного поля головы, реализованный на языке программирования Python 3.

**Результаты.** Разработано онлайн-приложение Simple Finite Element Model of Postmortem Convective Heat Transfer of the Head, учитывающее особенности начального температурного поля, размеры и теплофизические свойства основных анатомических слоёв головы, интенсивность конвективного теплообмена, координаты диагностической точки и изменения внешней температуры в процессе охлаждения трупа. Результатом работы онлайн-приложения являются визуализация кривых охлаждения в диагностической точке и на поверхности головы в первые сутки посмертного периода с генерацией соответствующих числовых значений, а также вывод информации о геометрии и свойствах сетки конечно-элементной модели и распределении температуры вдоль контура интегрирования от центра модели до диагностической точки.

**Заключение.** Отсутствие у разработанного решателя высоких требований к системным характеристикам компьютера и специальной подготовке пользователя позволяет применять предложенное онлайн-приложение в судебно-медицинской экспертной практике при установлении давности наступления смерти путём краниоэнцефальной термометрии трупа.

**Ключевые слова:** онлайн-приложение; конвективный теплообмен; температурное поле головы; метод конечных элементов; давность наступления смерти.

### Как цитировать:

Недугов В.Г., Недугов Г.В. Онлайн-инструмент конечно-элементного анализа посмертного конвективного теплообмена головы // Судебная медицина. 2024. Т. 10, № 4. С. 000–000. DOI: <https://doi.org/10.17816/fm16175>

Рукопись получена: 07.08.2024 Рукопись одобрена: 01.10.2024 Опубликована

online: 13.12.2024

## Online tool for finite element analysis of postmortem convective heat transfer of the head

Vladimir G. Nedugov<sup>1</sup>, German V. Nedugov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University, Samara, Russia;

<sup>2</sup> Samara State Medical University, Samara, Russia

### ABSTRACT

**BACKGROUND:** One of the most promising modern trends in the field of thermometric diagnosis of the prescription of death is the method of finite element analysis of postmortem heat transfer, which allows overcoming the limitations inherent in the phenomenological equations of corpse cooling. However, the software packages that provide this method are characterized by high cost, and also assume that the user has the skills to independently set the conditions of the tasks to be solved. This article proposes an open online tool for finite element analysis of postmortem convective heat transfer of the human head with a simple interface designed to determine the prescription of death by cranioencephalic thermometry of the corpse.

**AIM:** Development of an online tool for finite element analysis of postmortem convective heat transfer of the head.

**MATERIALS AND METHODS:** A scalable finite element model of the head is constructed, approximated by a multilayer ball, consisting of 1311 nodes and 9277 finite elements. A computational algorithm for finding the initial and postmortem temperature fields of the head, implemented in the Python 3 programming language, has been developed.

**RESULTS:** An online application Simple Finite Element Model of Postmortem Convective Heat Transfer of the Head has been developed, taking into account the characteristics of the initial temperature field, the size and thermophysical properties of the main anatomical layers of the head, the intensity of convective heat transfer, the coordinates of the diagnostic point and changes in external temperature during the cooling of the corpse. The result of the online application is the visualization of cooling curves at the diagnostic point and on the surface of the head on the first day of the postmortem period with the generation of appropriate numerical values, as well as the output of information about the geometry and properties of the grid of the finite element model and the temperature distribution along the integration contour from the center of the model to the diagnostic point.

**CONCLUSION:** The absence of the developed solver of high requirements for computer system characteristics and special user training allows the proposed online application to be used in forensic medical practice when determining the prescription of death by cranioencephalic thermometry of a corpse.

**Keywords:** online application; convective heat transfer; head temperature field; finite element method; postmortem interval.

### To cite this article:

Nedugov VG, Nedugov GV. Online tool for finite element analysis of postmortem convective heat transfer of the head. *Russian Journal of Forensic Medicine*. 2024;10(4):000–000. DOI: <https://doi.org/10.17816/fm16175>

Submitted: 07.08.2024 Accepted: 01.10.2024 Published online: 13.12.2024

## ОБОСНОВАНИЕ

Одним из наиболее перспективных и активно развиваемых современных направлений в области термометрической диагностики давности наступления смерти является метод конечно-элементного анализа посмертного теплообмена [1–3]. Данный подход позволяет преодолеть ограничения, присущие феноменологическим уравнениям охлаждения трупа, поскольку непосредственно основывается на физике теплопередачи и принципиально может быть применён к любым условиям охлаждения [4–7].

Метод конечных элементов, используемый при оценке посмертного теплообмена, является валидированным инструментом решения в сложных геометрических объектах и краевых условиях дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, таких как, например, уравнение теплопроводности, которое в пространственной области  $\Omega$  размерности  $n$  с системой координат  $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_n)$  имеет вид

$$c(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r})\frac{\partial t}{\partial \tau}(\mathbf{r}, \tau) = \nabla[\lambda(\mathbf{r}) \cdot \nabla t(\mathbf{r}, \tau)] + f(\mathbf{r}, \tau), \quad (1)$$

где  $c$  — удельная теплоёмкость;  $\rho$  — плотность;  $\lambda$  — теплопроводность;  $\mathbf{r}$  — координаты точки;  $t(\mathbf{r}, \tau)$  — искомая функция, задающая температуру в точке пространства  $\Omega$  в момент времени  $\tau$  на промежутке  $[0, \infty)$ ;  $f(\mathbf{r}, \tau)$  — функция плотности источников тепла [6].

В процессе развития компьютерных технологий метод конечных элементов получил широкое распространение при решении различных термодинамических задач в технике, а также в медицине. В настоящее время на рынке присутствует значительное количество различных коммерческих пакетов программного обеспечения метода конечных элементов. Высокая стоимость этих продуктов, даже отечественного производства, существенно ограничивает возможности их использования в диагностике давности наступления смерти. Бесплатные же версии программных пакетов, выпускаемые в образовательных целях, характеризуются наличием ограничений на количество узлов в генерируемых сетках конечно-элементных моделей (КЭМ) или вовсе допускают постановку только двумерных задач. Кроме того, использование коммерческих решателей предполагает наличие у пользователей компетенций по самостоятельному построению геометрии КЭМ, заданию её теплофизических свойств и краевых условий. Это препятствует широкому внедрению метода конечных элементов для диагностики давности наступления смерти, сводя его к единичным эпизодам применения в научных целях, реализуемым к тому же коллективами исследователей, включающими в свой состав помимо судебных медиков математиков и программистов [2, 4–7].

В этой связи актуальность представляет разработка открытых судебно-медицинских онлайн-инструментов, адаптированных к решению конкретизированных задач конечно-элементного анализа теплообмена трупа и требующих от пользователя минимальных навыков в области метода конечных элементов. Соответствие названным условиям накладывает на подобный сервис облачных вычислений ряд следующих ограничений.

Основное требование к онлайн-решателю заключается в ограничении сложности геометрии КЭМ. Это связано с тем, что повышение сложности КЭМ сопровождается ростом вычислительных затрат и времени, необходимого для получения результата. Поэтому при достаточно сложной КЭМ с точной геометрией и конечно-элементной сеткой реализовать метод конечных элементов в онлайн-режиме не представляется возможным. Отсюда для онлайн-реализации КЭМ должна включать не весь труп, а только какую-то одну его часть, желательно с минимальной вариабельностью своего анатомического строения. Подобный подход помимо снижения вычислительных

затрат позволяет также автоматизировать процесс создания геометрии КЭМ, избавляя пользователя от названного наиболее сложного этапа её разработки.

Второе требование заключается в лимитировании граничных условий теплообмена, всё многообразие которых желательно свести к какому-либо одному постоянно встречающемуся и преобладающему типу теплопередачи, каковым, в частности, является конвекция. Это также позволило бы автоматизировать процесс задания граничных условий, оставив пользователю только необходимость ввода величины коэффициента теплоотдачи.

С учётом названных ограничений одной из наиболее перспективных для конечно-элементного моделирования областей тела представляется голова, геометрия мозгового отдела которой очень близка к такому телу, как многослойный шар с равномерным распределением слоёв однородной структуры [8]. Поверхность шара имеет с касательной плоскостью только одну общую точку, что позволяет пренебречь потерями тепла путём теплопроводности при контакте головы с опорной поверхностью и не учитывать в КЭМ теплофизические свойства последней.

**Цель работы** — разработка онлайн-инструмента конечно-элементного анализа посмертного конвективного теплообмена головы.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В работе представлена разработка КЭМ посмертного конвективного теплообмена головы с последующим построением на её основе онлайн-приложения, предназначенного для определения давности наступления смерти путём краниоэнцефальной термометрии трупа.

### Геометрия конечно-элементной модели

В качестве геометрической модели головы взрослого человека и прежде всего её мозгового отдела использовали многослойный шар радиусом 98 мм, состоящий из пяти равномерно распределённых однородных слоёв: кожно-апоневротического лоскута (5 мм), костей свода черепа (5 мм), ликвора субарахноидального пространства (2 мм), а также поверхностного (17 мм) и глубокого (69 мм) слоёв головного мозга (86 мм). Два подслоя в блоке головного мозга выделяли с целью моделирования его начального температурного поля у человека, которое в поверхностном слое является неоднородным с монотонным понижением температуры [9, 10]. Непосредственно расчётной моделью являлось сечение шара диаметальной плоскостью с нулевой аппликацией всех его точек (рис. 1). Сгенерированная сетка КЭМ включала 1311 узлов и 9277 конечных элементов, в том числе 2552 треугольника и 6725 тетраэдров (см. рис. 1).

### Теплофизические свойства конечно-элементной модели

В онлайн-приложении предусматривали возможность произвольного задания теплофизических свойств выделенных в КЭМ анатомических слоёв головы. Поскольку на практике точное измерение удельной теплоёмкости, теплопроводности и плотности органов и тканей трупа затруднительно, по умолчанию задавали усреднённые теплофизические свойства актуальных тканей (табл. 1), указанные в специальной литературе [1, 6–10].

### Начальное температурное поле

Поиск начального температурного поля КЭМ сопровождался решением уравнения Лапласа ( $\Delta t = 0$ ) с краевыми условиями Дирихле, соответствовавшими постоянной температуре на поверхностях выделенных анатомических слоёв:

$$t|_{\partial\Omega} = const,$$

где  $\Delta t$  — оператор Лапласа в декартовой системе координат трёхмерного пространства с осями  $ox$ ,  $oy$  и  $oz$ , определяемый как

$$\Delta t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2},$$

а символ  $\partial\Omega$  обозначает границу области  $\Omega$ .

По умолчанию в качестве условий Дирихле задавали усреднённые прижизненные температуры на внешних границах слоёв (см. табл. 1). Затем, используя слабую формулировку уравнения Лапласа, выводили матричное уравнение [11, 12], из которого находили начальную температуру в каждой точке КЭМ (рис. 2).

### Посмертное температурное поле

На следующем этапе находили посмертное температурное поле расчётной области. Сумму выделяемой внутренними источниками тепловой энергии и теплопотерь за счёт радиационного теплообмена ввиду их небольшой величины и примерно одинаковых количеств принимали равной нулю [8], также предполагали, что в силу однородности выделенных в КЭМ анатомических слоёв их теплофизические свойства являются константами. С учётом названных допущений уравнение теплопроводности (1) принимает вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\Delta t,$$

где  $a$  — коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ , равный

$$a = \frac{\lambda}{c\rho},$$

где  $c$  — удельная теплоёмкость,  $\text{Дж}/(\text{К}\times\text{кг})$ ;  $\rho$  — плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м}\times\text{К})$ .

В качестве начального условия поставленной задачи нестационарного теплопереноса принимали найденное на первом этапе стационарное начальное температурное поле  $t(\mathbf{r},0) = t_0(\mathbf{r})$ .

Для моделирования охлаждения в воздушной среде на внешнем ребре модели задавали конвективный теплообмен с воздухом, протекающий по закону Ньютона-Рихмана:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_s = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_s - t_a),$$

где  $n$  — нормаль к поверхности охлаждаемой части тела,  $\text{м}$ ;  $s$  — индекс, обозначающий поверхность физического тела;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2\times\text{К})$ ;  $t_a$  — температура внешней среды,  $\text{К}$ . Коэффициент теплоотдачи в расчётах задавали постоянным и одинаковым для всей поверхности КЭМ. Актуальный расчётный период принимали равным 24,5 ч с шагом интегрирования 600 с.

### Валидация конечно-элементной модели

В ходе валидации онлайн-приложения проверяли адекватность выполняемых им расчётов метода конечных элементов и адекватность геометрии КЭМ и заданных теплофизических свойств.

Адекватность метода конечных элементов тестировали путём оценки соответствия посмертных температурных полей КЭМ при различных условиях конвективной теплоотдачи и внешнего температурного режима с таковыми, полученными с помощью бесплатной версии приложения ELCUT 6.6 ([https://elcut.ru/downloads\\_r.htm](https://elcut.ru/downloads_r.htm)) для КЭМ с аналогичной геометрией, теплофизическими свойствами и краевыми условиями.

Адекватность геометрии КЭМ и заданных теплофизических свойств подтверждали путём оценки соответствия посмертных температурных кривых для центра и поверхности КЭМ, полученных с помощью разработанного онлайн-приложения,

таковым, вычисленным по уравнениям с общепризнанной валидностью, основанным на законах охлаждения Ньютона-Рихмана и Marshall-Hoare [8, 13].

В качестве валидного описания посмертной динамики краниоэнцефальной температуры использовали уравнение Henssge:

$$\frac{t-t_a}{37,2-t_a} = 1,135e^{-0,127\tau} - 0,135e^{-1,07\tau}, \quad (2)$$

где  $t$  — краниоэнцефальная температура, °C;  $t_a$  — внешняя температура, °C;  $\tau$  — давность наступления смерти, ч [8, 14].

В качестве эталона динамики охлаждения поверхности головы применяли уравнение, основанное на законе охлаждения Ньютона-Рихмана:

$$t = t_a + (t_0 - t_a)e^{-k\tau}, \quad (3)$$

где  $t$  — поверхностная температура, °C;  $t_0$  — начальная поверхностная температура, °C;  $k$  — константа охлаждения, ч<sup>-1</sup> [8, 14].

В уравнении (3) начальную температуру поверхности головы задавали равной 31 °C, а константу  $k$  определяли по формуле:

$$k = -\frac{1}{\Delta\tau} \ln \frac{t_2 - t_a}{t_1 - t_a},$$

где  $t_1$  и  $t_2$  — температура поверхности головы в 23 ч и 24 ч посмертного периода соответственно, °C;  $\Delta\tau$  — промежуток времени между указанными измерениями, равный 1 ч [8].

В ходе валидации КЭМ находили и оценивали её посмертное температурное поле при внешней температуре от 10 °C до 22 °C и коэффициенте теплоотдачи от 5 до 25 Вт/(м<sup>2</sup>×K).

#### Язык программирования

Код онлайн-приложения, предназначенного для операционных систем Windows и Linux, составляли на языке программирования Python 3. При разработке пользовательского интерфейса также использовали библиотеку React из языка JavaScript. В качестве асинхронной очереди задач на расчёт и брокера сообщений применяли инструменты Celery и Redis.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

На основе разработанной КЭМ было создано приложение Simple Finite Element Model of Postmortem Convective Heat Transfer of the Head (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024668362) объёмом 1,779 Гб, предназначенное для конечно-элементного онлайн-анализа посмертного конвективного теплообмена головы (<https://forenscale.ru/simple-fem>).

Для работы с онлайн-приложением пользователю необходимо указать координаты диагностической точки из области мозгового отдела головы, температуру внешней среды в посмертном периоде, коэффициент теплоотдачи, толщину и теплофизические свойства анатомических слоёв головы (начальную температуру, плотность, теплопроводность и удельную теплоёмкость). Результатом работы приложения является визуализация внешнего температурного тренда и кривых охлаждения в диагностической точке и на поверхности головы в первые сутки посмертного периода с генерацией числовых значений указанных температур в виде файла с расширением .csv, доступного в личном кабинете пользователя. Построение графиков выполняется приложением в режиме реального времени (real-time). Помимо числовых данных в личном кабинете пользователя дополнительно формируются файлы с расширениями .msh и .png, содержащие графическую и табличную информацию о геометрии и свойствах сетки КЭМ, а также начальную термограмму вдоль контура интегрирования от центра КЭМ до диагностической точки.

Сравнение кривых охлаждения, полученных в одинаковых условиях с помощью разработанного онлайн-приложения и программы ELCUT 6.6, установило их практически полное соответствие. Незначительные несовпадения были обусловлены небольшим количеством узлов и элементов в сетке КЭМ бесплатной версии приложения ELCUT 6.6. и, следовательно, меньшей точностью её вычислений. Дальнейшая отладка КЭМ в различных условиях конвективного теплообмена с отсутствием внешней радиации и контакта с другими физическими телами показала максимальную сходимость её вычислительных результатов с таковыми уравнений (2) и (3) при задании коэффициента теплоотдачи, равного  $6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \times \text{К})$ .

Помимо ввода константных значений внешней температуры, приложение допускает также задание любых типов её изменений, описываемых функциями из библиотеки Python 3. Для этого в соответствующее текстовое поле достаточно ввести составленную в соответствии с синтаксисом Python-библиотеки NumPy функцию внешней температуры от давности наступления смерти, измеряемой в секундах.

При отсутствии у судебно-медицинского эксперта информации о биометрических и теплофизических свойствах тканей головы конкретного трупа или их начального температурного поля, а также характеристик конвективного теплообмена следует проводить расчёты, используя заданные по умолчанию значения, в том числе коэффициента теплоотдачи, равного  $6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \times \text{К})$ . В этом случае при постоянной внешней температуре результаты метода конечных элементов для точки начала координат в КЭМ будут соответствовать таковым уравнения С. Henssge.

Приведём пример. Внешняя температура в посмертном периоде изменялась по синусоидальной кривой, описываемой уравнением

$$T_a = 5 + 10 \sin(0,0001t),$$

где  $t$  — давность наступления смерти, с (рис. 3).

Необходимо вычислить динамику краниоэнцефальной температуры трупа при усреднённых биометрических и теплофизических параметрах тканей головы и конвективном теплообмене с коэффициентом теплоотдачи  $6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \times \text{К})$ .

Для решения задачи в соответствующих текстовых полях онлайн-приложения Simple Finite Element Model of Postmortem Convective Heat Transfer of the Head необходимо указать декартовы координаты диагностической точки, равные нулю. Графические результаты расчётов представлены на рис. 3.

Технически приложение допускает ввод только абсциссы и ординаты точки, аппликата которой всегда равна нулю. По умолчанию приложение всегда производит расчёты для точки центра КЭМ с нулевыми координатами, а также для точек поверхности головы с радиальной координатой, равной 98 мм.

Разработанное приложение сохраняет в личном кабинете пользователя историю всех расчётов. По этой причине, а также для обеспечения конфиденциальности данных для входа на веб-страницу приложения требуется пройти процедуру регистрации.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Поскольку возможности феноменологических уравнений охлаждения трупа в плане термометрической диагностики давности наступления смерти практически исчерпаны, основным методом решения данной научно-практической задачи остаётся конечно-элементный анализ посмертного теплообмена мёртвого тела в целом или его отдельных частей. Однако существенным препятствием на пути внедрения метода конечных элементов остаются его сложность, необходимость приобретения коммерческих пакетов программного обеспечения и наличие у пользователя умений по их использованию, наиболее важными из которых следует считать построение геометрии и сетки КЭМ, задание её теплофизических свойств и краевых условий.

В ходе проведённого исследования впервые разработано открытое судебно-медицинское онлайн-приложение конечно-элементного анализа посмертного

теплообмена, позволяющее в режиме real-time рассчитать кривую охлаждения для любой точки мозговой части головы трупа и не требующее от пользователя компетенций по заданию геометрии, теплофизических свойств и краевых условий КЭМ.

Геометрия КЭМ созданного онлайн-приложения является масштабируемой и аппроксимирована многослойным шаром, поскольку при условии адекватной фиксации общих объёмов тканей геометрическое разрешение модели практически не влияет на точность определения давности наступления смерти [5]. Правомерность использованной аппроксимации уже была подтверждена ранее на двумерной КЭМ с грубой сеткой всего из 254 конечных элементов однотипной треугольной формы [8]. Названное упрощение геометрии, выполненное с повышением дискретизации расчётной области до 9277 конечных элементов, позволило значительно уменьшить вычислительные затраты и автоматизировать процесс создания КЭМ, а также сделало возможным выполнение расчётов в онлайн-режиме, повысив при этом их точность по сравнению с двумерными КЭМ.

При наличии соответствующих данных пользователь может задавать в расчётах толщину каждого из пяти актуальных анатомических слоёв: кожно-апоневротического лоскута, свода черепа, лептоменинкса с ликвором, поверхностного и глубокого блоков мозга, а также их основные теплофизические свойства и начальную температуру их внешних границ. Это позволяет учитывать реальную геометрию и размеры расчётной области и составляющих её тканевых структур. Кроме того, доступно задание величины конвективного теплообмена, значение коэффициента теплоотдачи которого зависит от типа и скорости перемещения охлаждающей труп среды [15–18].

Важным преимуществом разработанного онлайн-приложения, как и всех аналогичных программных пакетов, основанных на методе конечных элементов, является возможность расчёта кривой охлаждения для любой точки мозгового отдела головы. Интерфейс онлайн-приложения позволяет указать декартовы координаты сечения головы диаметральной плоскостью. Однако ввиду осевой симметрии КЭМ достаточно принять одну из декартовых координат равной нулю, а вместо второй задать радиальную координату точки, соответствующую расстоянию от центра КЭМ, расположенного в толще межталамического сращения головного мозга, до конца раневого канала от игольчатого термощупа. Возможность учёта в расчётах координат диагностической точки позволяет устранить такой присущий феноменологическим уравнениям тип погрешностей определения давности наступления смерти, как диагностические промахи, связанные с отклонениями конца термощупа от точки с наивысшей температурой при проведении краниоэнцефальной термометрии [19].

Помимо учёта особенностей начального температурного поля, размеров охлаждаемой части тела, интенсивности конвективного теплообмена и координат диагностической точки, онлайн-приложение при определении давности наступления смерти позволяет также принять во внимание изменения внешней температуры в процессе остывания мёртвого тела.

К факторам, ограничивающим применение разработанного онлайн-инструмента определения давности наступления смерти, следует отнести комбинированные условия охлаждения трупа, наиболее существенными из которых являются комбинации конвекции с внешним тепловым потоком, например с интенсивной прямой солнечной радиацией или теплопередачей за счёт теплопроводности при значительном по площади контакте охлаждаемой части тела с другими предметами. Ограничением является также асимметрия конвективного теплообмена, сопровождаемая неоднородностью значений коэффициента теплоотдачи на различных участках поверхности головы. Такая ситуация может возникнуть

вследствие одновременного расположения головы трупа в различных средах, например в водной и воздушной, или из-за наличия головного убора.

В целом перечисленные ограничения могут быть устранены, но ценой необходимости возложения на пользователя обязанности самостоятельного задания геометрии и краевых условий КЭМ. По этой причине выбранный разработчиками приложения диапазон учитываемых при вычислениях условий охлаждения и геометрических характеристик расчётной области является компромиссом между возможностями моделирования последних и простотой интерфейса приложения.

Таким образом, изложенные данные позволяют использовать разработанное приложение в судебно-медицинской экспертной практике для онлайн-установления давности наступления смерти в раннем посмертном периоде путём краниоэнцефальной термометрии трупа при отсутствии неоднородности конвективного теплообмена головы или его комбинации с другими типами теплопередачи.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одним из наиболее перспективных современных направлений в области термометрической диагностики давности наступления смерти является метод конечно-элементного анализа посмертного теплообмена, позволяющий преодолеть ограничения, присущие феноменологическим уравнениям охлаждения трупа. Однако доступные пакеты программного обеспечения метода конечных элементов характеризуются высокой стоимостью, а также предполагают наличие у пользователя навыков самостоятельного задания условий решаемых задач и анализа результатов выполненных вычислений.

В ходе проведённого исследования разработано открытое онлайн-приложение конечно-элементного анализа посмертного конвективного теплообмена головы человека, предназначенное для определения давности наступления смерти путём краниоэнцефальной термометрии трупа. Для достижения возможности выполнения вычислений в онлайн-режиме геометрия головы при расчётах аппроксимирована многослойным шаром. В отличие от феноменологических уравнений разработанное онлайн-приложение при определении давности наступления смерти позволяет учитывать особенности начального температурного поля, размеры и теплофизические свойства основных анатомических слоёв головы, интенсивность конвективного теплообмена, координаты диагностической точки и изменения внешней температуры в процессе охлаждения трупа. Результатом работы онлайн-приложения являются визуализация кривых охлаждения в диагностической точке и на поверхности головы в первые сутки посмертного периода с генерацией соответствующих числовых значений, а также вывод информации о геометрии и свойствах сетки КЭМ и распределении температуры вдоль контура интегрирования от центра КЭМ до диагностической точки. История и результаты расчётов сохраняются в личном кабинете пользователя.

В отличие от других программных пакетов разработанный решатель не предъявляет высоких системных требований к компьютеру, поскольку реализован в виде веб-приложения с выполнением всех вычислений на сервере, и не требует наличия у пользователя специальной математико-инженерной подготовки. Изложенное позволяет использовать метод конечных элементов в формате разработанного онлайн-инструмента в судебно-медицинской экспертной практике при установлении давности наступления смерти путём краниоэнцефальной термометрии трупа.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

**Источник финансирования.** Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении работы.

**Конфликт интересов.** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

**Вклад авторов.** Все авторы подтверждают соответствие своего авторства международным критериям ICMJE (все авторы внесли существенный вклад в разработку концепции, проведение работы и подготовку статьи, прочли и одобрили финальную версию перед публикацией). Наибольший вклад распределён следующим образом: В.Г. Недугов — разработка вычислительного алгоритма метода конечных элементов, написание исходного кода онлайн-приложения, научное редактирование рукописи, рассмотрение и одобрение окончательного варианта рукописи; Г.В. Недугов — концепция и дизайн работы, разработка геометрии конечно-элементной модели, сбор данных по теплофизическим свойствам тканей головы, тестирование и валидация онлайн-приложения, написание текста рукописи.

## ADDITIONAL INFORMATION

**Funding source.** This article was not supported by any external sources of funding.

**Competing interests.** The authors declare that they have no competing interests.

**Authors' contribution.** All authors made a substantial contribution to the conception of the work, acquisition, analysis, interpretation of data for the work, drafting and revising the work, final approval of the version to be published and agree to be accountable for all aspects of the work. V.G. Nedugov — development of the computational algorithm, writing the source code of the online application, scientific editing of the manuscript, review and approval the final version of the manuscript; G.V. Nedugov — concept and design of the work, development of the geometry of the finite element model, collection of data on the thermophysical properties of head tissues, testing and validation of the online application, writing the text of the manuscript.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mall G., Eisenmenger W. Estimation of time since death by heat-flow Finite-Element model. Part I: Method, model, calibration and validation // *Leg Med (Tokyo)*. 2005. Vol. 7, N 1. P. 1–14. doi: 10.1016/j.legalmed.2004.06.006
2. Mall G., Eisenmenger W. Estimation of time since death by heat-flow Finite-Element model. Part II: Application to non-standard cooling conditions and preliminary results in practical casework // *Leg Med (Tokyo)*. 2005. Vol. 7, N 2. P. 69–80. doi: 10.1016/j.legalmed.2004.06.007
3. Smart J.L., Kaliszán M. Use of a finite element model of heat transport in the human eye to predict time of death // *J Forensic Sci*. 2013. Vol. 58, Suppl. 1. P. S69–S77. doi: 10.1111/1556-4029.12022
4. Schenkl S., Muggenthaler H., Hubig M., et al. Automatic CT-based finite element model generation for temperature-based death time estimation: Feasibility study and sensitivity analysis // *Int J Legal Med*. 2017. Vol. 131, N 3. P. 699–712. EDN: UUZEXN doi: 10.1007/s00414-016-1523-0
5. Weiser M., Erdmann B., Schenkl S., et al. Uncertainty in temperature-based determination of time of death // *Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 54, N 9. P. 2815–2826. EDN: ILDZMW doi: 10.1007/s00231-018-2324-4
6. Ullrich J., Weiser M., Subramaniam S.J., et al. The impact of anatomy variation on temperature based time of death estimation // *Int J Legal Med*. 2023. Vol. 137, N 5. P. 1615–1627. EDN: KDNXGI doi: 10.1007/s00414-023-03026-w
7. Subramaniam J.S., Hubig M., Muggenthaler H., et al. Sensitivity of temperature-based time since death estimation on measurement location // *Int J Legal Med*. 2023. Vol. 137, N 6. P. 1815–1837. EDN: GXPTML doi: 10.1007/s00414-023-03040-y
8. Недугов Г.В. Оценка давности наступления смерти методом конечно-элементного моделирования посмертного теплообмена головы // *Наука и инновации*

в медицине. 2022. Т. 7, № 3. С. 179–185. EDN: CIMZZD doi: 10.35693/2500-1388-2022-7-3-179-185

9. Nelson D.A., Nunneley S.A. Brain temperature and limits on transcranial cooling in humans: Quantitative modeling results // *Eur J Appl Physiol Occup Physiol*. 1998. Vol. 78, N 4. P. 353–359. EDN: AUNLVL doi: 10.1007/s004210050431

10. Zhu L., Diao C. Theoretical simulation of temperature distribution in the brain during mild hypothermia treatment for brain injury // *Med Biol Eng Comput*. 2001. Vol. 39, N 6. P. 681–687. EDN: OVPRTJ doi: 10.1007/BF02345442

11. Duck F.A. Physical properties of tissue: A comprehensive reference book. London: Academic Press, 1990. P. 9–42.

12. Logg A., Wells G., Mardal K.A. Automated solution of differential equations by the finite element method: The FEniCS book. Berlin: Springer-Verlag, 2012. doi: 10.1007/978-3-642-23099-8

13. Muggenthaler H., Hubig M., Schenkl S., et al. Calibration and parameter variation using a finite element model for death time estimation: The influence of the substrate // *Leg Med (Tokyo)*. 2017. Vol. 25. P. 23–28. doi: 10.1016/j.legalmed.2016.12.007

14. Henssge C., Madea B. Estimation of the time since death in the early post-mortem period // *Forensic Sci Int*. 2004. Vol. 144, N 2-3. P. 167–175. doi: 10.1016/j.forsciint.2004.04.051

15. Clark R.P., Toy N. Forced convection around the human head // *J Physiol*. 1975. Vol. 244, N 2. P. 295–302. doi: 10.1113/jphysiol.1975.sp010798

16. Defraeye T., Blocken B., Koninckx E., et al. Computational fluid dynamics analysis of drag and convective heat transfer of individual body segments for different cyclist positions // *J Biomech*. 2011. Vol. 44, N 9. P. 1695–1701. doi: 10.1016/j.jbiomech.2011.03.035

17. Kurazumi Y., Fukagawa K., Sakoi T., et al. Convective heat transfer coefficient relating to evaluation of thermal environment of infant // *Heliyon*. 2022. Vol. 8, N 12. P. e12076. EDN: SQKCMK doi: 10.1016/j.heliyon.2022.e12076

18. Jiang S., Zhang M., Wang S., Li J. Numerical investigation of the convective heat transfer coefficient for a sleeping infant in a ventilation room // *Indoor Air*. 2022. Vol. 32, N 10. P. e13126. EDN: ZBNRHA doi: 10.1111/ina.13126

19. Вавилов А.Ю. Диагностический «промах» как причина ошибок расчетного определения давности смерти тепловым методом // *Проблемы экспертизы в медицине*. 2008. Т. 8, № 3-4. С. 8–11. EDN: ОКCJBD

## REFERENCES

1. Mall G, Eisenmenger W. Estimation of time since death by heat-flow Finite-Element model. Part I: Method, model, calibration and validation. *Leg Med (Tokyo)*. 2005;7(1):1–14. doi: 10.1016/j.legalmed.2004.06.006

2. Mall G, Eisenmenger W. Estimation of time since death by heat-flow Finite-Element model. Part II: Application to non-standard cooling conditions and preliminary results in practical casework. *Leg Med (Tokyo)*. 2005;7(2):69–80. doi: 10.1016/j.legalmed.2004.06.007

3. Smart JL, Kaliszan M. Use of a finite element model of heat transport in the human eye to predict time of death. *J Forensic Sci*. 2013;58(Suppl 1):S69–S77. doi: 10.1111/1556-4029.12022

4. Schenkl S, Muggenthaler H, Hubig M, et al. Automatic CT-based finite element model generation for temperature-based death time estimation: Feasibility study and sensitivity analysis. *Int J Legal Med*. 2017;131(3):699–712. EDN: UUZEXN doi: 10.1007/s00414-016-1523-0

5. Weiser M, Erdmann B, Schenkl S, et al. Uncertainty in temperature-based determination of time of death. *Heat and Mass Transfer*. 2018;54(9):2815–2826. EDN: ILDZMW doi: 10.1007/s00231-018-2324-4
6. Ullrich J, Weiser M, Subramaniam SJ, et al. The impact of anatomy variation on temperature based time of death estimation. *Int J Legal Med*. 2023;137(5):1615–1627. EDN: KDNXGI doi: 10.1007/s00414-023-03026-w
7. Subramaniam JS, Hubig M, Muggenthaler H, et al. Sensitivity of temperature-based time since death estimation on measurement location. *Int J Legal Med*. 2023;137(6):1815–1837. EDN: GXPTML doi: 10.1007/s00414-023-03040-y
8. Nedugov GV. Estimation of the postmortem interval by the method of finite element modeling of postmortem heat transfer in human head. *Sci Innovations Med*. 2022;7(3):179–185. EDN: CIMZZD doi: 10.35693/2500-1388-2022-7-3-179-185
9. Nelson DA, Nunneley SA. Brain temperature and limits on transcranial cooling in humans: Quantitative modeling results. *Eur J Appl Physiol Occup Physiol*. 1998;78(4):353–359. EDN: AUNLVL doi: 10.1007/s004210050431
10. Zhu L, Diao C. Theoretical simulation of temperature distribution in the brain during mild hypothermia treatment for brain injury. *Med Biol Eng Comput*. 2001;39(6):681–687. EDN: OVPRTJ doi: 10.1007/BF02345442
11. Duck FA. *Physical properties of tissue: A comprehensive reference book*. London: Academic Press; 1990. P. 9–42.
12. Logg A, Wells G, Mardal KA. *Automated solution of differential equations by the finite element method: The FEniCS book*. Berlin: Springer-Verlag; 2012. doi: 10.1007/978-3-642-23099-8
13. Muggenthaler H, Hubig M, Schenkl S, et al. Calibration and parameter variation using a finite element model for death time estimation: The influence of the substrate. *Leg Med (Tokyo)*. 2017;25:23–28. doi: 10.1016/j.legalmed.2016.12.007
14. Henssge C, Madea B. Estimation of the time since death in the early post-mortem period. *Forensic Sci Int*. 2004;144(2-3):167–175. doi: 10.1016/j.forsciint.2004.04.051
15. Clark RP, Toy N. Forced convection around the human head. *J Physiol*. 1975;244(2):295–302. doi: 10.1113/jphysiol.1975.sp010798
16. Defraeye T, Blocken B, Koninckx E, et al. Computational fluid dynamics analysis of drag and convective heat transfer of individual body segments for different cyclist positions. *J Biomech*. 2011;44(9):1695–1701. doi: 10.1016/j.jbiomech.2011.03.035
17. Kurazumi Y, Fukagawa K, Sakoi T, et al. Convective heat transfer coefficient relating to evaluation of thermal environment of infant. *Heliyon*. 2022;8(12):e12076. EDN: SQKCMK doi: 10.1016/j.heliyon.2022.e12076
18. Jiang S, Zhang M, Wang S, Li J. Numerical investigation of the convective heat transfer coefficient for a sleeping infant in a ventilation room. *Indoor Air*. 2022;32(10):e13126. EDN: ZBNRHA doi: 10.1111/ina.13126
19. Vavilov AJ. Diagnostic ‘blunder’ as a cause of errors in the calculated determination of the age of death by the thermal method. *Problemy ekspertizy v meditsine*. 2008;8(3-4):8–11. (In Russ.) EDN: OKCJBD

| ОБ АВТОРАХ   | AUTHORS' INFO   |
|--|---|
| * <b>Недугов Герман Владимирович</b> , д-р<br>мед. наук, доцент;<br>адрес: Россия, 443099, Самара, ул.<br>Чапаевская, д. 89;<br>ORCID: 0000-0002-7380-3766;<br>eLibrary SPIN: 3828-8091;<br>e-mail: nedugovh@mail.ru | * <b>German V. Nedugov</b> , MD, Dr. Sci.<br>(Medicine), Assistant Professor;<br>address: 89 Chapayevskaya str., 443099,<br>Samara, Russia;<br>ORCID: 0000-0002-7380-3766;<br>eLibrary SPIN: 3828-8091;<br>e-mail: nedugovh@mail.ru |
| <b>Недугов Владимир Германович;</b>  | <b>Vladimir G. Nedugov;</b>   |

|   |   |
|---|---|
| ORCID: 0009-0007-7542-7235;<br>eLibrary SPIN: 2407-7937;<br>e-mail: nedugovvg@gmail.com | ORCID: 0009-0007-7542-7235;<br>eLibrary SPIN: 2407-7937;<br>e-mail: nedugovvg@gmail.com |
| * Автор, ответственный за переписку / Corresponding author                              |   |

Accepted for publication

**Таблица 1.** Теплофизические свойства, по умолчанию заданные в конечно-элементных моделях

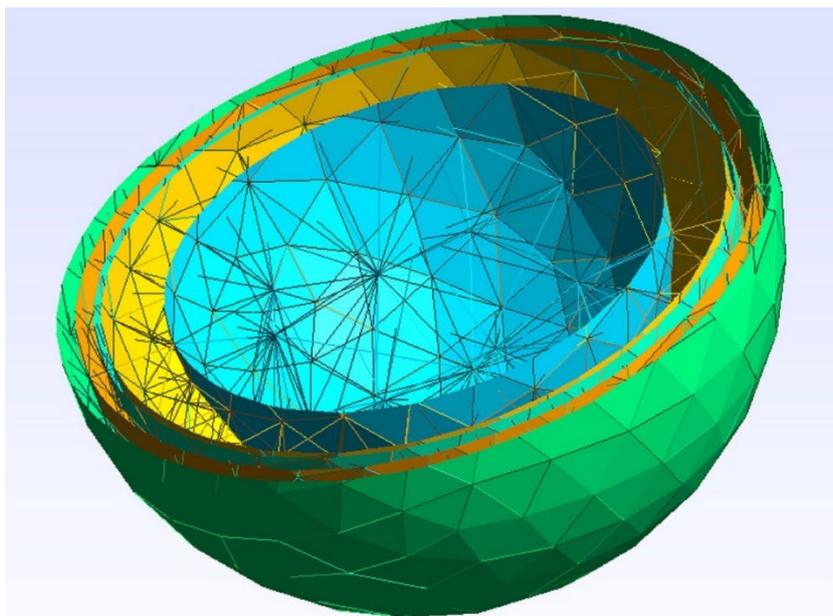
**Table 1.** Thermophysical properties, set by default in the finite element model

| Слой КЭМ | Плотность, кг/м <sup>3</sup> | Удельная теплоёмкость, Дж/(К·кг) | Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К) | Начальная температура, °С* | Радиальная координата, мм* |
|----------|------------------------------|----------------------------------|--|----------------------------|----------------------------|
| Мозг     | 1050                         | 3700                             | 0,503                                  | 37,2                       | 69                         |
| Мозг     | 1050                         | 3700                             | 0,503                                  | 35,5                       | 86                         |
| Ликвор   | 1003                         | 4174                             | 0,618                                  | 35                         | 88                         |
| Череп    | 1500                         | 2300                             | 1,16                                   | 34                         | 93                         |
| Скальп   | 1000                         | 2000                             | 0,34                                   | 31                         | 98                         |

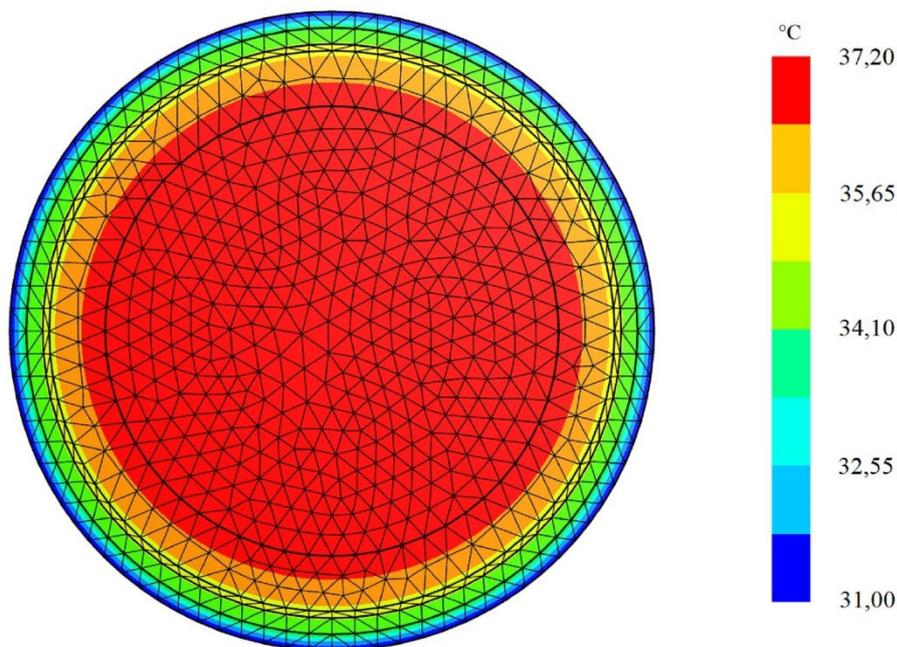
*Примечание.* \* На внешней границе слоя. КЭМ — конечно-элементная модель.

*Note.* \* On the outer boundary of the layer. КЭМ — finite element model.

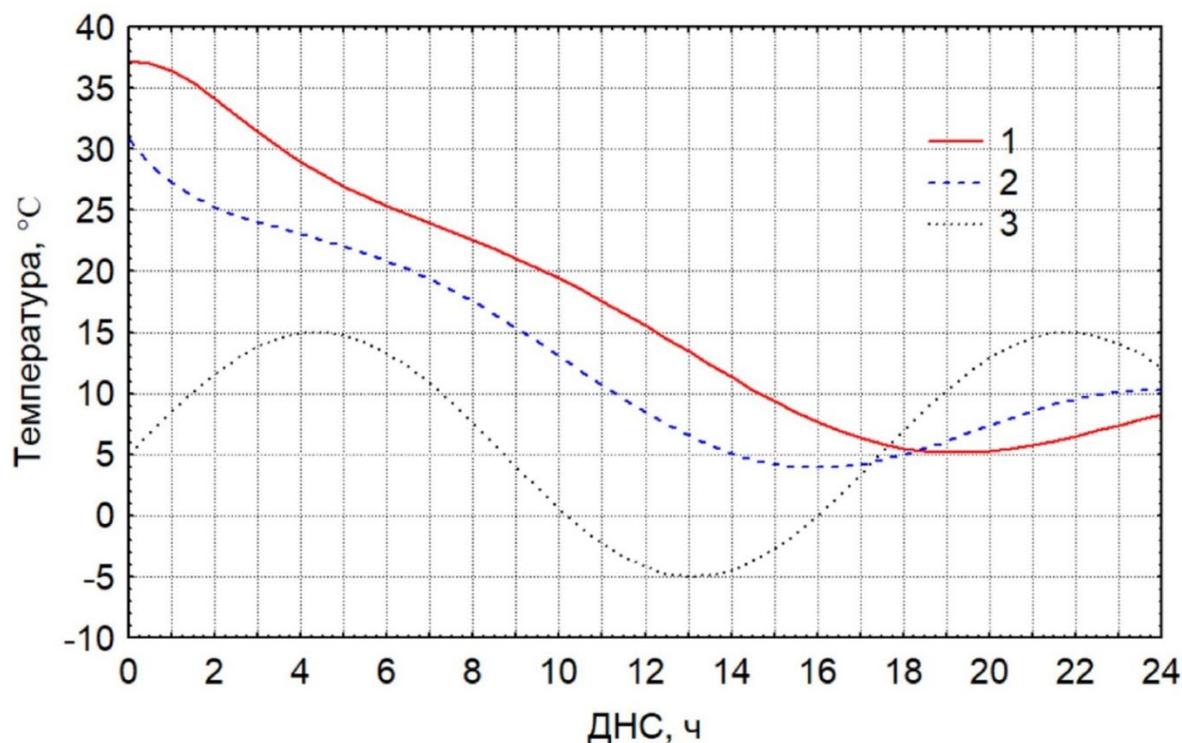
Accepted for publication



**Рис. 1.** Конечно-элементная модель мозгового отдела головы, заданная в онлайн-приложении.  
**Fig. 1.** The finite element model of the brain region of the head, set in an online application.



**Рис. 2.** Начальное температурное поле диаметрального сечения конечно-элементной модели.  
**Fig. 2.** The initial temperature field of the diametrical section of the finite element model.



**Рис. 3.** Графики охлаждения центра и поверхности конечно-элементной модели при синусоидальных изменениях внешней температуры. Условные обозначения: 1 — температура в точке с нулевой радиальной координатой; 2 — температура в точках поверхности конечно-элементной модели; 3 — внешняя температура. ДНС — давность наступления смерти.

**Fig. 3.** Graphs of cooling of the center and surface of the finite element model with sinusoidal changes in external temperature. Symbols: 1 — temperature at a point with zero radial coordinate; 2 — temperature at points on the surface of the finite element model; 3 — ambient temperature. ДНС — postmortem interval.

Accepted